

Φυλλάδιο ασκήσεων 8.

Εφαρμογές στη Φυσική

Πρόβλημα 1:

Μια σφαίρα εισέρχεται κατά τη χρονική στιγμή $t = 0$ σε ένα υγρό μέσο και «φρενάρει», δηλαδή υφίσταται μια δύναμη F ανάλογη της ταχύτητας $F = -\lambda v$, όπου λ ένας συντελεστής τριβής που εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή.

Να βρεθεί το βάθος l στο οποίο θα εισχωρήσει η σφαίρα, αν είναι γνωστά η αρχική θέση της σφαίρας $x(0) = 0$, η αρχική της ταχύτητα $v(0) = v_0$, ο συντελεστής τριβής λ και η μάζα m της σφαίρας. Μπορούμε να δούμε πως μεταβάλλεται χρονικά η ταχύτητα της σφαίρας;

Υπόδειξη: Βρείτε την εξίσωση κίνησης $x(t)$ (δηλαδή τη θέση της σφαίρας κάθε χρονική στιγμή t) και στη συνέχεια βρείτε το όριο του $x(t)$ στο συν άπειρο.

Πρόβλημα 2:

Σώμα μάζας m κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω σε ομογενές πεδίο βαρύτητας g . Στο σώμα ασκείται δύναμη τριβής F ανάλογη της ταχύτητας $F = \lambda v$, όπου λ ο συντελεστής τριβής. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρισκόταν στη θέση $x = 0$ και είχε αρχική ταχύτητα $v_0 = 0$.

Να βρεθούν η θέση $x(t)$ και η ταχύτητα $v(t)$ για κάθε χρονική στιγμή t .

Πρόβλημα 3:

Εξετάστε τη χρονική συμπεριφορά της ταχύτητας στο πρόβλημα 1 για την περίπτωση που η δύναμη τριβής είναι ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας, δηλ. $F = -\lambda v^2$. Υπήρξε κάποια χρονική στιγμή στο παρελθόν που το σώμα είχε άπειρη ταχύτητα; Πώς σχολιάζετε το γεγονός αυτό;

Πρόβλημα 4: Εξετάστε τη χρονική συμπεριφορά της ταχύτητας στο πρόβλημα 2 αν στο σώμα ασκείται τριβή ανάλογη του τετραγώνου της ταχύτητας, δηλ. $F = -\lambda v^2$.

Πρόβλημα 5.: Η ελεύθερη αρμονική ταλάντωση χωρίς τριβή είναι η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα όταν υφίσταται μια δύναμη $F = -kx$, ανάλογη με την απομάκρυνσή του από κάποιο ελκτικό κέντρο $x = 0$. Οι προϋποθέσεις για μια τέτοια κίνηση πραγματοποιούνται στο σύστημα «μάζας-ελατηρίου» όταν αυτό απομακρύνεται από τη θέση ισορροπίας του και από εκεί αφήνεται ελεύθερο να ταλαντωθεί υπό την επίδραση μόνο των εσωτερικών δυνάμεων. Να βρεθεί και να μελετηθεί η εξίσωση κίνησης μιας τέτοιας ταλάντωσης αν $x(0) = x_0$ και $\dot{x}(0) = v_0$.