

## Φυλλάδιο ασκήσεων 1.

Διαχωρίσιμες εξισώσεις της μορφής  $y' = A(x)B(y)$

Να βρεθεί η γενική λύση των παρακάτω εξισώσεων:

1.  $y' + 2xy^2 = 0$

2.  $xy' + y^2 = 0$

3.  $y' - 2yy' + e^x = 0$

4.  $2xy' + y^2 - 1 = 0$

5.  $(1 + x^2)y' - 2x(1 - y^2) = 0$

6.  $xy' - 3(1 - y^2) = 0$

7.  $y' = \sqrt{1 - y^2}$

8.  $y' = \sqrt{1 + y^2}$

9.  $xy' - \sqrt{1 + y^2} = 0$

10.  $y' - 2x(1 + y^2) = 0$

11.  $xy' - y \ln y = 0$

12.  $y' = 1 + x + y^2 + xy^2$

13.  $2xyy' - y^2 = 1$

14.  $(1 + x^2)y' = 2 \cosh y$

15.  $y + y^2 \cos x = 0$

Να λυθούν τα ακόλουθα προβλήματα αρχικών τιμών και να δοθεί η γραφική παράσταση της λύσης τους.

16.  $y' + y^2 e^x = 0, \quad y(0) = 1$

17.  $y' + (1 - y^2) \tan x = 0, \quad y(0) = 0$

18.  $xy' = 1 - y^2, \quad y(1) = 0$

19.  $xy' = 1 + y^2, \quad y(1) = -1$

20.  $(1 + x^2)y' = 2 \cosh y, \quad y(0) = 0$

Αν  $F(x)$  είναι μια παράγουσα της συνάρτησης  $f(x)$  γράψτε μέσω αυτής τη γενική λύση των ακόλουθων εξισώσεων.

21.  $y' + y^2 f(x) = 0$

22.  $y' = yf(x)$

23.  $y' + (y^2 - 1)f(x) = 0$

24.  $y' = (1 + y^2)f(x)$

25.  $y' = \sqrt{1 + y^2} f(x)$

26.  $y' = \sqrt{1 - y^2} f(x)$

Δείξτε ότι όλες οι γενικές μορφές εξισώσεων που ακολουθούν ανάγονται σε διαχωρίσιμες με μια αλλαγή της εξαρτημένης μεταβλητής τους.

α)  $y' = f(x + y)$

γ)  $y' = f(\alpha x + \beta y + \gamma)$

β)  $y' = f(x - y)$

δ)  $y' = f(y/x)$

Να λυθούν οι εξισώσεις.

α)  $y' = x^2 + y^2 + 2xy$

β)  $y' + y^2 - 2xy + x^2 - 1 = 0$

γ)  $y' = \tan(2x + y) - 2$

δ)  $xy' = x + y$