

## Φυλλάδιο ασκήσεων 10.

Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις (Μ.Δ.Ε.). Η μέθοδος χωρισμού των μεταβλητών

1. Αποδείξτε ότι η συνάρτηση  $u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$ , όπου  $f(x)$ ,  $g(x)$  τυχούσες συναρτήσεις, είναι πάντοτε λύση της κυματικής εξίσωσης (σε μια διάσταση)

$$u_{xx} - \frac{1}{c^2} u_{tt} = 0$$

Ποιο είναι το φυσικό νόημα των δύο όρων του 2<sup>ου</sup> μέλους;

2. Δίνονται οι παρακάτω Μ.Δ.Ε.:

α)  $u_{tt} = u_{xxx}$

β)  $yu_{xx} + xu_{yy} = 0$

γ)  $u_{tt} = u_{xx} + u$

δ)  $tu_{tt} = u_t + u_{xx}$

ε)  $xu_t = u_{xx}$

στ)  $xu_t = u_{xx} + u_{tt}$

Για ποιες από αυτές είναι εφαρμόσιμη η μέθοδος του χωρισμού των μεταβλητών και ποιες οι συνήθειες Δ.Ε. που προκύπτουν σε κάθε περίπτωση;

3. Να εφαρμόσετε τη μέθοδο χωρισμού των μεταβλητών για να βρείτε τη λύση του προβλήματος:

$$u_t = u_{xx}$$

$$u(0, t) = 0, \quad u(L, t) = 0$$

$$u(x, 0) = f(x)$$

εξίσωση

συνοριακές συνθήκες

αρχικές συνθήκες