

Φυλλάδιο ασκήσεων 4.

Η εξίσωση Bernoulli: $y' = a(x)y + b(x)y^v$

Να βρεθεί η γενική λύση των ακόλουθων εξισώσεων

1. $xy' - y + x^3y^2 = 0$, 2. $y' + y = x\sqrt{y}$, 3. $y' - 3\tan x \cdot y = y^{2/3}$,
4. $2(1+x^2)y' + 2xy = y^{-1}$, 5. $xy' - y + 3x^2y^2 = 0$, 6. $y' + y - xy^{-1} = 0$,
7. $y' = 4y + e^{-x}y^{3/4}$, 8. $y'\sin x + 4y\cos x = \sqrt{y}$, 9. $xy' = y + xe^x y^2$,
10. $y'\cos x - y\sin x = y^3 \cos x$

Να λυθούν τα ακόλουθα προβλήματα αρχικών τιμών

11. $y' = 2y \tan x + 2\sqrt{y}$, $y(0) = 0$
12. $xy' = y - (xy)^2$, $y(1) = 1$
13. $y' = \frac{e^{-x} - 2y^2}{2y}$, $y(0) = 1$
14. $y' + y - x\sqrt{y} = 0$, $y(0) = 4$
15. $y' + 2y + (x+1)^{2/3} = 0$, $y(0) = 1$

Η εξίσωση Ricatti: $y' = a(x)y^2 + b(x)y + c(x)$

Όλες οι εξισώσεις Ricatti που ακολουθούν έχουν ως ειδική τους λύση μια απλή δύναμη του x . Αφού βρείτε αυτή την ειδική λύση χρησιμοποιείστε τη για να κατασκευάσετε τη γενική λύση.

1. $xy' = (y-1)(xy-x+1)$, 2. $xy' = (x-y)^2 + x$, 3. $4xy' = 4x^2y^2 - 4y - 1$,
4. $x^2y' = x^2y^2 - xy - 1$, 5. $x^3y' = x^4y^2 + 1$, 6. $x^2y' + (xy-2)^2 = 0$,
7. $x^2y' = x^2y^2 - 3xy + 1$, 8. $2x^2y' = (x^2y-1)^2$, 9. $x^2y' = x^2y^2 + xy + 1$,
10. $4x^3y' = 4x^5y^2 + 4x^3y + (x+4)$