

## Φυλλάδιο ασκήσεων 6.

Ομογενείς γραμμικές διαφορικές εξισώσεις 2ας τάξεως με σταθερούς συντελεστές

Βρείτε τη λύση των ακόλουθων ομογενών διαφορικών εξισώσεων.

1.  $y'' - y' - 2y = 0$
2.  $y'' + 4y' + 4y = 0$
3.  $2y'' + y' - y = 0$
4.  $y'' - 2y' + 2y = 0$
5.  $y'' - 4y' + 13y = 0$

Να κατασκευαστούν οι εξισώσεις που έχουν ως γενικές τους λύσεις τις συναρτήσεις:

1.  $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{x/2}$
2.  $y = c_1 e^{x/3} + c_2 e^{-x/4}$
3.  $y = e^{-x}(c_1 \cos 4x + c_2 \sin 4x)$
4.  $y = e^{-2x/3}(c_1 x + c_2)$
5.  $y = c_1 e^{5x} \sin(2x + c_2)$

Να λυθούν τα ακόλουθα προβλήματα αρχικών τιμών.

1.  $6y'' - 5y' + y = 0$   $y(0) = 1$  ,  $y'(0) = -1$
2.  $4y'' - y' - 3y = 0$   $y(0) = 1$  ,  $y'(0) = -2$
3.  $y'' - 2y' - y = 0$   $y(0) = -1$  ,  $y'(0) = 0$
4.  $y'' - 2y' + (1 - \varepsilon^2)y = 0$   $y(0) = A$  ,  $y'(0) = B$

Στο όριο  $\varepsilon \rightarrow 0$  η χαρακτηριστική εξίσωση της 4 έχει διπλή ρίζα. Πάρτε αυτό το όριο στη λύση που βρήκατε και βεβαιωθείτε ότι η λύση που περιμένουμε για την περίπτωση της διπλής ρίζας.