

Φυλλάδιο ασκήσεων 7.

Μη ομογενείς γραμμικές διαφορικές εξισώσεις 2^{ης} τάξεως με σταθερούς συντελεστές

Να βρεθεί η γενική λύση των ακόλουθων εξισώσεων

1. $y''-y = x$, 2. $y''-y = x^2$, 3. $y''-y = x^2 + x$,
4. $y''-y = x^2 - x$, 5. $y''-y = 2x^2 + 3x$, 6. $y''+y = \sin 2x$
7. $y''+y = 2\sin^2 x$, 8. $y''+y = e^x$, 9. $y''+y = x$, 10. $y''+y = e^x - x$,
11. $y''-y'-2y = 2x^3 - 4x - 1$, 12. $y''-y'-2y = \sin x + 2x + 3$,
13. $2y''+y'-y = e^{2x} - x^2$, 14. $y''-6y'-y = 2\cos x + 6x^2$, 15. $y''+y = 2xe^x$
16. $y''-y = x \sin x$, 17. $y''+2y'+y = x^2 e^x$, 18. $y''+y = x \cosh x$, 19. $y''+y = e^x \cos x$,
20. $y''-y = e^x \sin x$

Για τα προβλήματα από το 15 και μετά θα χρειαστεί πρώτα να σκεφτείτε ποια είναι η κατάλληλη εκλογή για τη μερική λύση.

Να λυθούν τα ακόλουθα προβλήματα αρχικών τιμών

1. $y''+y = x^2 + 3$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$
2. $y''+y = 2e^x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$
3. $y''-y = 1$, $y(0) = A$, $y'(0) = B$
4. $y''-y = \sin x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1/2$
5. $y''+2y'+y = x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

Λύστε το πρόβλημα των αρχικών τιμών

$$y''-y = e^{\lambda x}, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = B$$

Όπου A και B τυχόντες αριθμοί, και εξετάστε τι συμβαίνει όταν πάρετε το όριο όταν $\lambda \rightarrow 1$. Επαναλάβετε την ίδια διαδικασία για το πρόβλημα

$$y''+y = \sin \lambda x, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = B$$

Γραμμικές διαφορικές εξισώσεις $n^{\text{ης}}$ τάξεως με σταθερούς συντελεστές

Να βρεθούν οι γενικές λύσεις των παρακάτω εξισώσεων

1. $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0,$

2. $y^{(4)} - 3y'' + 2y = 0,$

3. $y''' - 6y'' + 2y' + 36y = 0,$

4. $y^{(4)} + 8y''' + 24y'' + 32y' + 16y = 0,$

5. $y^{(4)} - 8y''' + 32y'' - 64y' + 64y = 0,$

6. $y^{(6)} - 5y^{(4)} + 16y''' + 36y'' - 16y' - 32y = 0$